2.- LÓGICA SIMBÓLICA.

La lógica simbólica nace por el anhelo de fundamentar las ciencias matemáticas, se asume una actitud crítica, se busca responder la pregunta el por qué las ciencias matemáticas son ciertas o verdaderas, hay una búsqueda de la fundamentación, pensemos en De Morgan (1847), Boole (1854), Frege, Peano, Schröder. Estos fueron los antecesores comunes de Russell y Whitehead creadores de la gran obra *Principia Matemática*, obra que ha servido como punto de inicio para todas las obras posteriores de lógica. Los resultados de la actitud crítica y revisionista tuvo buenos frutos en la definición y aclaración de conceptos que desde de Leibniz y Newton habían sido utilizados con gran éxito como los de límite y derivada.

La nueva lógica se le ha llamado lógica relacional porque en ella es posible establecer relaciones entre conceptos que en la antigua lógica no era posible. Así, por ejemplo, cuando interpretamos la proposición : "a es mayor que b" en lógica clásica "a" es nuestro sujeto y "b" nuestro predicado, la proposición debe ser interpretada como una unidad, luego no podemos deducir de ella que "b" es menor que "a". La nueva lógica permite establecer la inferencia que "b" es menor que "a", puesto que la relación "menor que" queda definida como la inversa de "mayor que". Tomemos otro ejemplo que utiliza Rudolf Carnap para demostrar que la nueva lógica ayuda a interpretar proposiciones que son imposibles de interpretar en la lógica clásica: Axioma geométrico: "Si a está entre b y c, entonces a está entre c y b y si a está entre b y c, entonces b no está entre c y a".

La gran diferencia tiene relación con la agilidad del cálculo, la lógica aristotélica o clásica, como hemos afirmado, es una lógica de conceptos y por tal de sustancias, esto dificulta el cálculo puesto que cada vez hay que tener presente la historia del concepto, un ejemplo de ello es si afirmamos que "ningún mamífero es ovíparo", esta universal negativa era válida hasta que se encuentra el ornitorrinco, éste es animal mamífero y ovíparo, luego la proposición universal negativa que era verdadera en algún momento, pierde su carácter de verdad absoluta. La lógica simbólica opera de acuerdo a símbolos, que Quine interpreta como vacíos desde una perspectiva óntica, luego los problemas de ontología relacionada con el cálculo no tendría sentido, la proposición: "ningún mamífero es ovíparo" se interpretaría en forma simbólica: $(x) \quad (Mx \rightarrow Ox)$.

SIMBOLOGÍA BÁSICA.

Los enunciados se dividen en enunciados simples y compuestos. Los enunciados simples o atómicos son aquellos que admiten ser verdaderos o falsos.
Así, por ejemplo: "Pedro está enfermo", lo representamos por una letra esquemática, que los lógicos han convenido en llamarles p,q,r,s,t,.....nuestro ejemplo quedaría
Pedro está enfermo: p
Ahora p es una afirmación, luego podemos decir de ella que es verdadera o falsa.

p
v
f

La negación de un enunciado simple, que en castellano se representa con las partículas más habituales de no, ni, tampoco, no es el caso que... se representan en forma simbólica con un tilde. Esto último puede variar dependiendo del lógico, Irving Copi: ~ , Quine utiliza:¬ , nosotros utilizaremos el trazo: -

Así, nuestro enunciado quedaría: Pedro no está enfermo. –p, se lee tilde p.

Los enunciados compuestos son aquellos que contienen a lo menos dos simples. Asi, los estudios realizados en el lenguaje han hecho posible descubrir cuatro tipos de enunciados compuestos: La conjunción, la disyunción, la implicación y la doble implicación. Veamos cada uno de ellos.

CONJUNCIÓN

En el lenguaje común la conjunción se representa por las partículas lingüísticas de y, pero, además, también y todas aquellas que indiquen adiciones de ideas. También la como o el punto seguido se puede interpretar como una conjunción.

Algunas veces la coma indica enumeración, en estos casos obviamente no es una conjunción.

Una conjunción une dos ideas simples, el símbolo de la conjunción según Copi es ·, y Quine no pone nada entre las variables, nosotros utilizaremos: ^. El enunciado: "Pedro está de fiestas y vendrán todos sus amigos", representa una conjunción, simbólicamente quedaría:

p: Pedro está de fiesta
q: Vendrán todos sus amigos

El esquema lógico quedaría: (p ^ q) los paréntecis sirven para agrupar y dar una unidad al enunciado.

La definición de la conjunción sabiendo que "p" puede ser verdadero o falso y que "q" puede ser verdadero o falso obtenemos de las combinaciones posibles lo siguiente (hay que destacar que estas definiciones han sido axiomatizadas por Peano).

Las definiciones se representan a través de *tablas de verdad* o de análisis *veritativo funcional*

p/	q /	(p ^ q)
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	f

Nótese que para la conjunción basta que una de las propuestas sea falsa y el enunciado completo lo será.

La tabla representa todas las combinaciones posibles de verdaderos y falsos. La construcción se puede realizar en forma automática, para ello considere siempre la base 2 y el número elevado corresponde a los enunciados diferentes que estén participando. En nuestro caso son dos las letras diferentes, por lo tanto queda $2^2 = 4$, es decir hay cuatro combinaciones posibles.

DISYUNCIÓN.

También corresponde a un enunciado compuesto por dos simples, en el lenguaje lo representamos por las partículas o su expresión simbólica resulta: v. El "o" lo podemos interpretar como incluyente o excluyente, así, por ejemplo, vía excluyente: o nos apresuramos o nos dejará el tren, debemos tomar una decisión. Vía incluyente: en un restauran nos ofrecen tomar: té o leche, esto supone que uno puede elegir ambas cosas a la vez. El incluyente es más amplio que el sentido excluyente porque uno puede tomar té sólo o leche sola, pero además ambas juntas, luego los lógicos prefieren solamente la tabla definidora de la pura disyunción inclusiva. Vemos como queda:

$2^2 = 4$ Luego habrán 4 combinaciones posibles.

p /	q	(p v q)
v	v	v
v	f	v
f	v	v
f	f	f

Basta que uno de los compuestos sea verdadero para que todo el compuesto lo sea.

IMPLICACIÓN

Implicación, condicional o enunciado hipotético, son los nombres que se utilizan para referirse al enunciado compuesto constituido por un antecedente y por un consecuente unidos por una condicionalidad, así por ejemplo el enunciado: "si cargo el puente sobre el río San José se con un peso superior al de su resistencia entonces se quebrará", este enunciado está determinado por un antecedente que lo que pone la condicionalidad y que lo representa lo que está entre "si.....entonces......esta parte del enunciado recibe el nombre de antecedente y lo que está sujeto a la condicionalidad que lo representa lo que está después del entonces, es el consecuente. En el lenguaje español la implicación se representa por las partículas de: si....entonces, por lo tanto, luego. El símbolo que la representa: según Copi
, para Quine, →, nosotros utilizaremos la flecha.

Así, el enunciado : "si se carga el puente sobre el río San José con un peso superior al de su resistencia entonces se quebrará", queda:

p: cargar el puente con un peso superior al de su resistencia

q: se quebrará

(p → q)

su definición:

p	q	(p → q)
v	v	v
v	f	f
f	v	v
f	f	v

La implicación nos dice que es falsa solamente en el caso en que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso. Es verdadera, cuando el antecedente es falso y cuando el consecuente es verdadera.

DOBLE IMPLICACIÓN

La doble implicación, bicondicional o equivalencia indica una relación de necesidad, es decir si se cumple el antecedente, se debe cumplir el consecuente, o si se cumple el consecuente necesariamente se debe cumplir el antecedente. Por ejemplo el enunciado: "el mar es saldo si y solo si hay presencia de cloruro de sodio". En el lenguaje español, las partículas que indican relación de necesidad: si y solo si, necesariamente. Su simbología según Copi sería: ≡, según Quine: ↔ . Nosotros utilizaremos la doble flecha.

Así, el enunciado: "el mar es salado si y solo si existe presencia de cloruro de sodio"

p: el mar es saldo

q: presencia de cloruro de sodio

El enunciado en forma simbólica queda: p↔ q

Su definición queda:

p	q	(p↔ q)
v	v	v
v	f	f
f	v	f
f	f	v

Según su definición podemos afirmar que cuando ambas condiciones son iguales, entonces es verdadera.

EJERCICIOS DE FAMILIARIZACIÓN:

Dado que, A, B, C son enunciados verdaderos, X, Y, Z, son enunciados falsos, luego resuelva las siguientes expresiones:

1.- $X \leftrightarrow A$

2.- $\{[(Z \vee Y) \vee B] \rightarrow A\}$

3.- $[(A \wedge C) \rightarrow Y]$

4.- $\{[(-A \leftrightarrow B) \vee X] \wedge Y\}$

5.- $-\{[(-B \vee C) \wedge Y]\}$

6.- $- \{[X \vee (Y \wedge Z)] \wedge - [(X \vee Y) \rightarrow (A \vee Z)]\}$

7.- $[-(X \wedge Y) \rightarrow Z]$

8.- $\{ [(-Z \leftrightarrow A) \vee C] \rightarrow -Y\}$

Respuesta 1:
Ejercicio de Familiarización:

1) F
2) V
3) F
4) F
5) V
6) V
7) F
8) V

En lógica existe una ley lógica que corresponde a los teoremas de Morgan, estas son verdades. En lógica cuando se habla de una ley o de una verdad, quiere decir que esta es capaz de autodefinirse, a esto se le ha dado el nombre de tautología. Vemos una parte del teorema de Morgan:

-(p ^ q) ↔ (-p v –q) esto se lee de acuerdo a la definición de la conjunción: una conjunción es falsa cuando p es falsa o cuando q es falsa. Estos serían sistemas equivalentes. Para determinar si son sistemas equivalentes se necesita realizar un análisis veritativo funcional o tablas de verdad.

p	q	-p	-q	(p ^ q)	-(p ^ q)	(-p v –q)	-(p ^ q) ↔ (-p v –q)
v	v	f	f	v	f	f	v
v	f	f	v	f	v	v	v
f	v	v	f	f	v	v	v
f	f	v	v	f	v	v	v

La otra parte del teorema de Morgan es:

-(p v q) ↔ (-p ^ -q) Se lee de acuerdo a la definición de la disyunción: una disyunción es falsa cuando p es falsa y cuando q es falsa.

Teorema de Morgan 2° Parte

-(pvq) ↔ (-p^-q)

p	q	-p	-q	(p^q)	-(pvq)	(-p^-q)	-(pvq) (-p^-q)
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	V	F	F	V
F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	F	V	V	V

Pruebe si es una tautología la segunda parte del teorema de Morgan. Los sistemas lógicos pueden tomar tres formas diferentes de validez, estas son: Tautología, consistencia, o contradicción. Un sistema lógico es tautológico si el resultado del análisis veritativo funcional da solamente verdades. Un sistema es consistente si su análisis da verdades y falsedades, es decir, dependen de las circunstancias de interpretación. Un sistema es contradictorio si el resultado del análisis veritativo funcional da solamente falsedades.

EJERCICIO

1) [(p ^ q) → -q]
2) (p v q) ↔ (q v p)
3) - [(p → q) ↔ (-q → -p)]
4) [(p ^ q) → r] ↔ [p → (q →r)]

Respuesta
Ejercicio 2

1)

p	q	-q	(p^q)	(p^q)→-q
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V

2)

p	q	(pvq)	(qvp)	(pvq)↔(qvp)
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	V	V
F	F	F	F	V

3)

p	q	$\bar{p}$	$\bar{q}$	(p→q)	(-q→-p)	(p→q)↔(-q→-p)	-[(-p→q)↔(-q→-p)]
V	V	F	F	V	V	V	F
V	F	F	V	F	F	V	F
F	V	V	F	V	V	V	F
F	F	V	V	V	V	V	F

4)

p	q	r	(p^q)	(p^p)→r	(q→r)	p→(q→r)	[(p^q)→r]↔[(p→(q→r)]
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	V

METODO DE RESOLUCIÓN DE QUINE.

W.O.Quine creó un método de análisis veritativo funcional que se denomina método de resolución. Este método requiere un nivel de suposición más importante en materias de las definiciones de las funciones lógicas. Para quine la "T" representa la verdad (verdad en ingles: truth) y la ⊥ falsedad.

REGLAS DE RESOLUCIÓN

1) Si la T aparece como componente de una conjunción, suprímesela (Asi, T^T^T se reduce a T ^ T y, por lo tanto a T; ⊥^ T se reduce a ⊥ etc...Esta es la razón, una conjunción con un componente verdadero es verdadero o falso, según sean verdaderos o falsos los restantes componentes).
2) Si la ⊥ aparece como componente de una disyunción, suprímesela. (asi, ⊥v ⊥ v ⊥ se reduce a ⊥v ⊥, por lo tanto a ⊥ ; ⊥ v T se reduce T etc... Esta es la razón: una disyunción con un componente falso es verdadera o falsa, según sean verdaderos o falsos los componentes restantes.
3) Redúzcase toda conjunción que tenga una ⊥ como componente a ⊥.
4) Redúzcase toda disyunción que tenga una T como componente a T.
5) Elimínese la T como antecedente de cualquier condicional en que aparezca (la razón es esta: un condicional cuyo antecedente sea verdadero será verdadero o falso todo el, según sea verdadero o falso su consecuente)
6) Redúzcase todo condicional que tenga la ⊥ como antecedente, o todo aquel que tenga la T como consecuente. A T. (así: T → T, ⊥ → T y ⊥ → ⊥ se reduce a T)
7) Si un condicional tiene la ⊥ como consecuente, redúzcase el compuesto a la negación del antecedente.
8) Elimínese la T como componente de cualquier bicondicional en que aparezca (así:, T ↔ T se reduce a T y T ↔ ⊥ y ⊥ ↔ T se reduce a ⊥.
9) Si un bicondicional tiene la ⊥ como componente, suprímeselo y nieguese el otro lado. (asi, ⊥ ↔ ⊥ se reduce a T y T ↔ ⊥ se reduce a ⊥.

El método de resolución propuesto por Quine, ayuda a simplificar el trabajo del análisis veritativo funcional. Este método de resolución se elabora estructurando una especie de "pata de gallo", veamos,

Tomemos el siguiente esquema:

$$(p \rightarrow q) \vee - p$$

El análisis nos dice que debemos primero asignar el valor de verdad a p y ver que pasa con el esquema, $(T \rightarrow q) \vee \perp$ esto podemos reducirlo a: $q \vee \perp$ es decir, de una implicación con antecedente verdadero no podemos concluir nada, depende del consecuente, en este caso de q, luego se mantiene q. Luego viene un disyunción con un componente falso, de ella no podemos concluir nada, el valor de verdad depende del otro miembro. Luego debo mantener $\perp$. El análisis me exige que asigne valor a q, veamos que pasa: $q \vee \perp$

$$T \vee \perp \qquad \perp \vee \perp$$
$$T \qquad\qquad \perp$$

El resultado nos está diciendo que si q es verdad, todo es verdad y si q es falsedad todo es falsedad, luego nuestro esquema es verdadero o falso en el caso que p sea verdadero. Nuestro esquema es consistente, el valor de verdad depende de las situaciones específicas de interpretación.

El esquema quedaría si p es verdadero: $(p \rightarrow q) \vee - p$

$$(T \rightarrow q) \vee \perp$$

$$q \vee \perp$$
$$T \vee \perp \qquad \perp \vee \perp$$
$$T \qquad\qquad \perp$$

Ahora habría que ver a lo que se reduce el esquema cuando p es falso, veamos:

$$(p \rightarrow q) \vee - p$$
$$(\perp \rightarrow q) \vee T$$
$$T$$

Cuando p es falso todo el esquema se reduce a verdad.

Veamos el esquema completo:

$$(p \rightarrow q) \vee - p$$

$$(T \rightarrow q) \vee \perp \qquad\qquad (\perp \rightarrow q) \vee T$$
$$q \vee \perp \qquad\qquad\qquad \mathbf{T}$$
$$T \vee \perp \qquad \perp \vee \perp$$
$$T \qquad\qquad \perp$$
$$\mathbf{T}\perp$$

El resultado total del esquema da a veces verdades y a veces falsedades, luego es un esquema consistente o contingente.

Veamos otro caso, tomemos una tautología:

$$- \quad (p \vee q) \leftrightarrow (-p \wedge -q)$$

$$- \quad (T \vee q) \leftrightarrow \perp \wedge -q \qquad\qquad -(\perp \vee q) \leftrightarrow (T \wedge -q)$$

$$-(T) \leftrightarrow \perp \qquad\qquad -(q) \leftrightarrow (-q)$$

$$\mathbf{T} \qquad\qquad \mathbf{T}$$

Nuestro esquema es una tautología.

Tome cada uno de los ejercicios anteriormente dado para ser resueltos con método de tablas y analizarlos con sistema de resolución.

Ejercicio de Tablas

1) $(p \wedge q) \rightarrow -q$

$$(T \wedge q) \rightarrow -q \qquad\qquad ((\perp \wedge q) \rightarrow T)$$

$$q \rightarrow \bar{q} \qquad\qquad T$$

$$T \rightarrow \perp \qquad\qquad \perp \rightarrow T$$

$$\perp \qquad\qquad T$$

2) $(p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$

$$(T \vee q) \leftrightarrow (q \vee T) \qquad\qquad (\perp \vee q) \leftrightarrow (q \vee \perp)$$

$$T \leftrightarrow T \qquad\qquad q \leftrightarrow q$$

$$T \qquad\qquad T$$

3) $-((p \rightarrow q) \leftrightarrow (-q \rightarrow -p)$

$$- ((T \rightarrow q) \leftrightarrow (-q \rightarrow \perp)) \qquad -((\perp \rightarrow q) \leftrightarrow (-q \rightarrow T)$$

$$- (q \leftrightarrow q) \qquad\qquad -(T \leftrightarrow T)$$

$$-(T) \qquad\qquad -(T)$$

$$\perp \qquad\qquad \perp$$

4) $((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r)$

$$((T \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (T \rightarrow (q \rightarrow r) \qquad ((\perp \wedge q) \rightarrow r) \quad (\perp \rightarrow (q \rightarrow r)$$

$$(q \rightarrow r) \leftrightarrow (q \rightarrow r) \qquad\qquad \perp \rightarrow r \leftrightarrow T$$

$$T \qquad\qquad T \leftrightarrow T$$

$$T$$

PALABRAS EN SÍMBOLOS

Este capítulo corresponde a la transformación de los razonamientos conceptualmente expresados a símbolos lógicos. La meta de esta tarea lógica es determinar si los razonamientos son válidos o mejor dicho, y en esto concuerdan los lógicos, si son contradictorios. Un discurso contradictorio, desde una perspectiva racional, debe abandonarse como un sin sentido.

Nosotros ya tenemos nociones de la notación lógica, luego es cosa de aplicar. Veamos el siguiente discurso: "O bien el gerente no observó el cambio, o bien lo aprueba. Observó todo muy bien. De modo que debe aprobarlo. (O,A) (extraído de Irving Copi, <u>Introducción a la lógica</u>)

O : Observar el cambio
A : Aprobar
-O : No observar el cambio

El esquema lógico es el siguiente {[(-O v A) ^ O] → A} Nótese que "observar todo muy bien" es lo opuesto a no observar el cambio.
Estos esquemas pueden someterse a un análisis veritativo funcional para determinar si lo que se expresa es una contradicción o no. Esto queda de tarea a Ud.

EJERCICIO N°3

Transforme palabras en símbolos los siguientes discursos:
Estos ejercicios han sido extraido de los textos de I.Copi, Introducción a la Lógica, y de Alejandro Chavez, Introducción a la Lógica.

1.- "El oxigeno del tubo, o bien se combinó con el filamento para formar un óxido, o bien se evaporó completamente. El oxígeno del tubo no puede haberse evaporado totalmente. Luego, el oxigeno del tubo se combinó con el filamento para formar un óxido. (C,E) (I.Copi)

2.- Si un hombre de estado que comprende sus anteriores opiniones eran erróneas, no alteró su política, se hace culpable de engañar a la gente; y si altera su política, se expone a que lo acusen de contradecirse. O bien altera su política o no lo hace. Luego. O bien es culpable de engañar a la gente o bien se expone a que se lo acuse de contradecirse. (A,D, I) (I.Copi)

3.- No se el caso de que, o bien se olvidó, o bien no fue capaz de terminar. Luego, fue capaz de terminar. (F,A) (I.Copi)

4.- Si usurpó un poder que no le correspondía por derecho, Napoleón debe ser condenado. O Napoleón fue monarca legítimo, o usurpó un poder que no le correspondía por derecho. Napoleón no fue un monarca legítimo. Luego, Napoleón debe ser condenado. (C,V,L) (I.Copi)

5.- Ricardo será aprobado en sus estudios, cuando y sólo cuando haya estudiado muy bien o sea un digno profesional. Por consiguiente, si Ricardo ha estudiado muy bien, es un digno profesional. (P,Q;R) (A.Chavez)

6.- Si Rosita es cantante entonces ofrecerá una canción en el teatro. Ocurre que Rosita no ofrecerá una canción en el teatro, por lo tanto Rosita no es cantante. (R,C). (A.Chavez)

Respuesta
Ejercicio 3

1) $((C \vee E) \wedge -E) \rightarrow C$

2) $(((A \rightarrow \overline{D}) \wedge I) \wedge (D \rightarrow A)) \wedge (D \vee \overline{D})) \wedge (I \vee A)$

3) $(-(F \vee A)) \rightarrow A$

4) $((C \rightarrow V) \wedge ((L \vee C) \wedge -L)) \rightarrow V$

5) $(P \leftrightarrow (Q \vee R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$

6) $(R \rightarrow C) \wedge (-C \rightarrow -R)$

INFERENCIAS. PRUEBA DE VALIDEZ DE RAZONAMIENTO EXTENSO.

Cada enunciado que uno emite y que conduce a una conclusión, se considera una inferencia, en lógica se ha establecido una manera de determinar la validez de inferencias extensas utilizando una técnica de cálculo. Esta técnica para calcular la validez necesita de reglas que han recibo el nombre de ***Formas de Razonamiento Válido Elementales.*** Veamos cuales son ellas:

Modus Ponens (M.P):

$p \rightarrow q$
$\underline{p}$
$\therefore q$

Modus Tollens (M.T)

$p \rightarrow q$
$\underline{-q}$
$\therefore -p$

Silogismo hipotético (S.H)

$p \rightarrow q$
$\underline{q \rightarrow r}$
$\therefore p \rightarrow r$

Silogismo disyuntivo (S.D)

$p \vee q$
$\underline{-p}$
$\therefore q$

Dilema Constructivo (D.C)

$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)$
$\underline{p \vee r}$
$\therefore q \vee s$

Dilema destructivo (D.D)

$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow)$
$\underline{(-q \vee -s)}$
$\therefore -p \vee -r$

Simplificación (Simp)

$\underline{p \wedge q}$
$\therefore p$

Conjunción (Conj.)

p
$\underline{q}$
$\therefore p \wedge q$

Adición (Ad.)

$\underline{p}$
$\therefore p \vee q$

Teorema de Morgan (De M)

$-(p \wedge q) \leftrightarrow (-p \vee -q)$
$-(p \vee q) \leftrightarrow (-p \wedge -q)$

Conmutación (Com.)

$(p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$
$(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$

Asociación (Asoc.)

$[p \vee (q \vee r)] \leftrightarrow [(p \vee q) \vee r]$
$[p \wedge (q \wedge r)] \leftrightarrow [(p \wedge q) \wedge r]$

Distribución (Dist.)

$[p \wedge (q \vee r)] \leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$
$[p \vee (q \wedge r)] \leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

Doble negación (D.N.)

$p \leftrightarrow - - p$

Transposición (Trans)

$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (-q \rightarrow -p)$

Definición Implicación material (Impl)

$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (-p \vee q)$

Definición de equivalencia material (Equiv.)

$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$
$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (-p \wedge -q)]$

Exportación (Exp.)

$[(p \wedge q) \rightarrow r] \leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$

Tautología (Taut.)

$p \leftrightarrow (p \vee p)$

De acuerdo al listado de formas válidas, apliquémoslas para validar razonamientos extensos. Tomemos el primer ejercicio del capítulo de palabras en símbolos.

1.- "El oxigeno del tubo, o bien se combinó con el filamento para formar un óxido, o bien se evaporó completamente. El oxígeno del tubo no puede haberse evaporado totalmente. Luego, el oxigeno del tubo se combinó con el filamento para formar un óxido. (C,E) (I.Copi)

Resolvamos:

C: Oxido del tubo se combinó con el filamento para formar óxido.
E: Se evaporó

1. C v E
2. –E / ∴C
3. E v C / 1, Por Com.
4. C / 3, 2 Sil. Disy.

Lo que podemos concluir es que C se desprende lógicamente (de acuerdo a reglas de transformación formales) del nivel 1 y 2. El nivel 3 se construye lógicamente a partir del nivel 1 por regla de la conmutatividad de la disyunción. El nivel 4 se construye lógicamente por regla del silogismo disyuntivo a partir de 3 ya justificado lógicamente. Luego quedó justificada lógicamente la conclusión: C. Veamos más ejercicios.

EJERCICIOS N°4

A)
1. G → L
2. L → -P
3. P /∴ -G
4. G → -P _______
5. –G _______

B)
1. –A → D
2. A→ I
3. A V –A / ∴D V I
4. –D → --A_____________
5. –D → A______________
6. –D → I_______________
7. --D v I________________
8. D v I_________________

C)
1. A → B
2. A ^ C /∴B
3. A______
4. B______

D)
1. – (D v F)
2. F → D /∴-F
3. –D ^ -F________
4. –D____________
5. –F____________

E)
1. G v (H → I)
2. –G ^ -I / ∴-H
3. –G___________
4. H → I________
5. –I ^ -G________
6. –I____________
7. –H___________

F)
1. (P → Q) → (-R → S)
2. –Q → S
3. P → -S / ∴R v S
4. - -S → -P____________
5. S → -P______________
6. –Q → -P_____________
7. P → Q_______________
8. –R → S______________
9. - - R v S______________
10. R v S________________

Respuesta
Ejercicio 4

A) 1 y 2 por (S.H)
4 y 3 por (M.T)

B) 1 por (trans)
4 (D.N)
5 y 2 por (S.H)
6 (Impl)
7 (D.N)

C) 2 por (Simp)
1 y 3 (M.P)

D) 1 por (Dem)
3 (Simp)
2 y 4 (M.T)

E) 2 (Simp)
1 y 3 (S.D)
2 (Com)
5 (Simp)
4 y 6 (M.T)

F) 3 por (Trans)
4 (D.N)
2 y 5 (S.H)
6 (Trans)
1 y 7 (M.P)
8 (Imp)
9 (D.N)